

# ТАБЛИЦЫ ЗНАЧЕНИЙ НЕКОТОРЫХ КОНСТАНТ

Таблица 1

ВЕЛИЧИНЫ, ЧАСТО ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В СТАНДАРТНЫХ ПОДПРОГРАММАХ И ПРИ АНАЛИЗЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРОГРАММ (40 ДЕСЯТИЧНЫХ ЗНАКОВ)

---

$\sqrt{2}$	= 1.41421 35623 73095 04880 16887 24209 69807 85697-
$\sqrt{3}$	= 1.73205 08075 68877 29352 74463 41505 87236 69428+
$\sqrt{5}$	= 2.23606 79774 99789 69640 91736 68731 27623 54406+
$\sqrt{10}$	= 3.16227 76601 68379 33199 88935 44432 71853 37196-
$\sqrt[3]{2}$	= 1.25992 10498 94873 16476 72106 07278 22835 05703-
$\sqrt[3]{3}$	= 1.44224 95703 07408 38232 16383 10780 10958 83919-
$\sqrt[4]{2}$	= 1.18920 71150 02721 06671 74999 70560 47591 52930-
$\ln 2$	= 0.69314 71805 59945 30941 72321 21458 17656 80755+
$\ln 3$	= 1.09861 22886 68109 69139 52452 36922 52570 46475-
$\ln 10$	= 2.30258 50929 94045 68401 79914 54684 36420 76011+
$1/\ln 2$	= 1.44269 50408 88963 40735 99246 81001 89213 74266+
$1/\ln 10$	= 0.43429 44819 03251 82765 11289 18916 60508 22944-
$\pi$	= 3.14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41972-
$= \pi/180$	= 0.01745 32925 19943 29576 92369 07684 88612 71344+
$1/\pi$	= 0.31830 98861 83790 67153 77675 26745 02872 40689+
$\pi^2$	= 9.86960 44010 89358 61883 44909 99876 15113 53137-
$= \Gamma(1/2)$	= 1.77245 38509 05516 02729 81674 83341 14518 27975+
$\Gamma(1/3)$	= 2.67893 85347 07747 63365 56929 40974 67764 41287-
$\Gamma(2/3)$	= 1.35411 79394 26400 41694 52880 28154 51378 55193+
$e$	= 2.71828 18284 59045 23536 02874 71352 66249 77572+
$1/e$	= 0.36787 94411 71442 32159 55237 70161 46086 74458+
$e^2$	= 7.38905 60989 30650 22723 04274 60575 00781 31803+
$\gamma$	= 0.57721 56649 01532 86060 65120 90082 40243 10422-
$\ln \pi$	= 1.14472 98858 49400 17414 34273 51353 05871 16473-
$\phi$	= 1.61803 39887 49894 84820 45868 34365 63811 77203+
$e^\gamma$	= 1.78107 24179 90197 98523 65041 03107 17954 91696+
$e^{\pi/4}$	= 2.19328 00507 38015 45655 97696 59278 73822 34616+
$\sin 1$	= 0.84147 09848 07896 50665 25023 21630 29899 96226-
$\cos 1$	= 0.54030 23058 68139 71740 09366 07442 97660 37323+
$-\zeta'(2)$	= 0.93754 82543 15843 75370 25740 94567 86497 78979-
$\zeta(3)$	= 1.20205 69031 59594 28539 97381 61511 44999 07650-
$\ln \phi$	= 0.48121 18250 59603 44749 77589 13424 36842 31352-
$1/\ln \phi$	= 2.07808 69212 35027 53760 13226 06117 79576 77422-
$-\ln \ln 2$	= 0.36651 29205 81664 32701 24391 58232 66946 94543-

---

ВЕЛИЧИНЫ, ЧАСТО ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В СТАНДАРТНЫХ ПОДПРОГРАММАХ  
И ПРИ АНАЛИЗЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРОГРАММ (45 ВОСЬМЕРИЧНЫХ ЗНАКОВ)

Величины, расположенные слева от знака "=", заданы в десятичной системе счисления

0.1 =	0.06314 63146 31463 14631 46314 63146 31463 14631 46315-
0.01 =	0.00507 53412 17270 24365 60507 53412 17270 24365 60510-
0.001 =	0.00040 61115 64570 65176 76355 44264 16254 02030 44672+
0.0001 =	0.00003 21556 13530 70414 54512 75170 33021 15002 35223-
0.00001 =	0.00000 24761 32610 70664 36041 06077 17401 56063 34417-
0.000001 =	0.00000 02061 57364 05536 66151 55323 07746 44470 26033+
0.0000001 =	0.00000 00153 27745 15274 53644 12741 72312 20354 02151+
0.00000001 =	0.00000 00012 57143 56106 04303 47374 77341 01512 63327+
0.000000001 =	0.00000 00001 04560 27640 46655 12262 71426 40124 21742+
0.0000000001 =	0.00000 00000 06676 33766 35367 55653 37265 34642 01627-
$\sqrt{2}$ =	1.32404 74631 77167 46220 42627 66115 46725 12575 17435+
$\sqrt{3}$ =	1.56663 65641 30231 25163 54453 50265 60361 34073 42223-
$\sqrt{5}$ =	2.17067 36334 57722 47602 57471 63003 00563 55620 32021-
$\sqrt{10}$ =	3.12305 40726 64555 22444 02242 57101 41466 33775 22532+
$\sqrt[3]{2}$ =	1.20505 05746 15345 05342 10756 65334 25574 22415 03024+
$\sqrt[3]{3}$ =	1.34233 50444 22175 73134 67363 76133 05334 31147 60121-
$\sqrt[4]{2}$ =	1.14067 74050 61556 12455 72152 64430 60271 02755 79136+
ln 2 =	0.54271 02775 75071 73632 57117 07316 30007 71366 53640+
ln 3 =	1.06237 24752 55006 05227 32440 63065 25012 35574 55337+
ln 10 =	2.32273 06735 52524 25405 56512 66542 56026 46050 50705+
1/ln 2 =	1.34252 16624 53405 77027 35750 37766 40644 35175 04353+
1/ln 10 =	0.33626 75425 11562 41614 52325 33525 27655 14756 06220-
$\pi$ =	3.11037 55242 10264 30215 14230 63050 56006 70163 21122+
1° = $\pi/180$ =	0.01073 72152 11224 72344 25603 54276 63351 22056 11544+
1/ $\pi$ =	0.24276 30155 62344 20251 23760 47257 50765 15156 70067-
$\pi^2$ =	11.67517 14467 62135 71322 25561 15466 30021 40654 34103-
$\sqrt{\pi} = \Gamma(1/2)$ =	1.61337 61106 64736 65247 47035 40510 15273 34470 17762-
$\Gamma(1/3)$ =	2.53347 35234 51013 61316 73106 47644 54653 00106 66046-
$\Gamma(2/3)$ =	1.26523 57112 14154 74312 54572 37655 60126 23231 02452+
e =	2.55760 52130 50535 51246 52773 42542 00471 72363 61661+
1/e =	0.27426 53066 13167 46761 52726 75436 02440 52371 03355+
e <sup>2</sup> =	7.30714 45615 23355 33460 63507 35040 32664 25356 50217+
$\gamma$ =	0.44742 14770 67666 06172 23215 74376 01002 51313 25521-
ln $\pi$ =	1.11206 40443 47503 36413 65374 52661 52410 37511 46057+
$\phi$ =	1.47433 57156 27751 23701 27634 71401 40271 66710 15010+
e <sup><math>\gamma</math></sup> =	1.61772 13452 61152 65761 22477 36553 53327 17554 21260+
e <sup><math>\pi/4</math></sup> =	2.14275 31512 16162 52370 35530 11342 53525 44307 02171-
sin 1 =	0.65665 24436 04414 73402 03067 23644 11612 07474 14505-
cos 1 =	0.42450 50037 32406 42711 07022 14666 27320 70675 12321+
- $\zeta'(2)$ =	0.74001 45144 53253 42362 42107 23350 50074 46100 27706+
$\zeta(3)$ =	1.14735 00023 60014 20470 15613 42561 31715 10177 06614+
ln $\phi$ =	0.36630 26256 61213 01145 13700 41004 52264 30700 40646+
1/ln $\phi$ =	2.04776 60111 17144 41512 11436 16575 00355 43630 40651+
-ln ln 2 =	0.27351 71233 67265 63650 17401 56637 26334 31455 57005-

Значения некоторых из приведенных в табл. 1 констант были вычислены с точностью до 40 знаков с помощью обычного калькулятора Джоном В. Ренчем (мл.) (John W. Wrench, Jr.) для первого издания этой книги. Когда в 70-х годах новое программное обеспечение позволило вычислить их на компьютере, оказалось, что значения, полученные Д. Ренчем, правильны. (В ответе к упр. 1.3.3–23 приводится значение еще одной фундаментальной константы с точностью до 40 знаков.)

**Таблица 3**

**ЗНАЧЕНИЯ ГАРМОНИЧЕСКИХ ЧИСЕЛ, ЧИСЕЛ БЕРНУЛЛИ  
И ЧИСЕЛ ФИБОНАЧЧИ ДЛЯ МАЛЫХ ЗНАЧЕНИЙ  $n$**

$n$	$H_n$	$B_n$	$F_n$	$n$
0	0	1	0	0
1	1	-1/2	1	1
2	3/2	1/6	1	2
3	11/6	0	2	3
4	25/12	-1/30	3	4
5	137/60	0	5	5
6	49/20	1/42	8	6
7	363/140	0	13	7
8	761/280	-1/30	21	8
9	7129/2520	0	34	9
10	7381/2520	5/66	55	10
11	83711/27720	0	89	11
12	86021/27720	-691/2730	144	12
13	1145993/360360	0	233	13
14	1171733/360360	7/6	377	14
15	1195757/360360	0	610	15
16	2436559/720720	-3617/510	987	16
17	42142223/12252240	0	1597	17
18	14274301/4084080	43867/798	2584	18
19	275295799/77597520	0	4181	19
20	55835135/15519504	-174611/330	6765	20
21	18858053/5173168	0	10946	21
22	19093197/5173168	854513/138	17711	22
23	444316699/118982864	0	28657	23
24	1347822955/356948592	-236364091/2730	46368	24
25	34052522467/8923714800	0	75025	25
26	34395742267/8923714800	8553103/6	121393	26
27	312536252003/80313433200	0	196418	27
28	315404588903/80313433200	-23749461029/870	317811	28
29	9227046511387/2329089562800	0	514229	29
30	9304682830147/2329089562800	8615841276005/14322	832040	30

Пусть для любого  $x$   $H_x = \sum_{n \geq 1} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+x} \right)$ . Тогда

$$H_{1/2} = 2 - 2 \ln 2,$$

$$H_{1/3} = 3 - \frac{1}{2} \pi / \sqrt{3} - \frac{3}{2} \ln 3,$$

$$H_{2/3} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \pi / \sqrt{3} - \frac{3}{2} \ln 3,$$

$$H_{1/4} = 4 - \frac{1}{2} \pi - 3 \ln 2,$$

$$H_{3/4} = \frac{4}{3} + \frac{1}{2} \pi - 3 \ln 2,$$

$$H_{1/5} = 5 - \frac{1}{2} \pi \phi^{3/2} 5^{-1/4} - \frac{5}{4} \ln 5 - \frac{1}{2} \sqrt{5} \ln \phi,$$

$$H_{2/5} = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} \pi \phi^{-3/2} 5^{-1/4} - \frac{5}{4} \ln 5 + \frac{1}{2} \sqrt{5} \ln \phi,$$

$$H_{3/5} = \frac{5}{3} + \frac{1}{2} \pi \phi^{-3/2} 5^{-1/4} - \frac{5}{4} \ln 5 + \frac{1}{2} \sqrt{5} \ln \phi,$$

$$H_{4/5} = \frac{5}{4} + \frac{1}{2} \pi \phi^{3/2} 5^{-1/4} - \frac{5}{4} \ln 5 - \frac{1}{2} \sqrt{5} \ln \phi,$$

$$H_{1/6} = 6 - \frac{1}{2} \pi \sqrt{3} - 2 \ln 2 - \frac{3}{2} \ln 3,$$

$$H_{5/6} = \frac{6}{5} + \frac{1}{2} \pi \sqrt{3} - 2 \ln 2 - \frac{3}{2} \ln 3$$

и в общем случае, когда  $0 < p < q$  (см. упр. 1.2.9-19),

$$H_{p/q} = \frac{q}{p} - \frac{\pi}{2} \cot \frac{p}{q} \pi - \ln 2q + 2 \sum_{1 \leq n < q/2} \cos \frac{2pn}{q} \pi \cdot \ln \sin \frac{n}{q} \pi.$$