TREES

Спочатку розглянемо задачу перетину опуклого багатокутника та множини вертикальних прямих. Очевидно, що для кожної прямої кількість точок перетину з границею опуклого багатокутника не перевищує 2, або рівне безкінечності у випадку вертикального відрізка.

Розглянемо один з методів пошуку множини точок перетину опуклого багатокутника і вертикальної прямої. Розіб’ємо багатокутник на два ланцюги (верхній і нижній). Знаходимо найлівішу (з усіх таких найнижчу) та найправішу (з усіх таких найвищу) вершину багатокутника. Проведемо пряму між ними. Всі вершини цього опуклого багатокутника, які лежать вище цієї прямої будуть знаходитись у верхньому ланцюгу, а решта - у нижньому. Після такого поділу, кожен ланцюг містить вершини відсортовані по **х** координаті. Це дозволяє знайти множину точок перетину вертикальної прямої з опуклим багатокутником за кількість операцій порядку O(**log** **n**), де **n** - кількість вершин у багатокутнику.

Оцінимо кількість вертикальних прямих, які мають хоча б одну спільну точку з опуклим багатокутником та хоча б з одним колом. Кожне коло перетинається з рівно **2\*R+1** вертикальною прямою.Якщо **S** - сума радіусів усіх кіл, тоді вертикальних прямих, які потрібно розглянути буде не більше **2\*S+M**, де **M** - кількість кіл.

Знайти всі вертикальні прямі, які мають хоча б одну спільну точку з опуклим багатокутником та хоча б з одним колом, можна за лінійну складність.

Оцінимо кількість відрізків, які містяться у заданих колах. В загальному всіх таких ненульових відрізків буде не більше **2\*S+M.**

Назвемо відрізки, які є результатом перетину вертикальних прямих і границею опуклого багатокутника особливими.

Нехай є один особливий відрізок та множина звичайних відрізків, які лежать на одній вертикальній прямій. Треба знайти кількість цілих точок, які належать особливому відрізку та хоча б одному із звичайних. Для цього використаємо метод скануючої прямої. Відсортуємо всі звичайні відрізки по нижньому кінцю. У цьому порядку будемо їх перебирати. Якщо на деякому кроці звичайний відрізок перетинається з особливим, тоді до відповіді додамо кількість точок перетину та обріжемо особливий відрізок знизу. Складність такого алгоритму O(N log N) — де N — кількість звичайних відрізків.

Така операція буде виконана, для всіх вертикальних прямих, які мають хоча б одну цілу точку перетину з опуклим багатокутним та хоча б одним із кіл. Сумарне іх значення і буде відповіддю на поставлену задачу.

Загальна складність алгоритму **O(S \* log n** + **S log S).**

**Альтернативні розв’язки.**

1. Якщо реалізувати розв’язок, який описаний вище, але перетинати багатокутник з вертикальною прямою за лінійний час (наприклад перебравши всі відрізки багатокутника) відносно кількості вершин у багатокутнику, то таке рішення буде набирати **60** балів.
2. Можна перебрати всі точки, які лежать всередині хоча б одного кола і перевірити чи лежать вони в багатокутнику за лінійний час. Таке рішення набирає **30** балів.
3. Переберемо всі точки, які лежать всередині багатокутника та перевіримо, чи лежать ці точки всередині хоча б одного з кіл. Це рішення набирає **20** балів.