1. **Розбір задачі “Chocolate”**

**Розв'язок на 100 балів.**

**Твердження 1.** При оптимальній стратегії Зеник має провести всі *M-1* вертикальних розрізів.

Доведемо від протилежного. Припустимо, що це не так, і він не проведе певних розрізів. Після довільних розрізів Марічки, шоколадка розпадеться на певну кількість прямокутників, деякі з яких (ті, що повністю складаються з чорних квадратиків) дістануться Зеникові. Візьмемо довільний можливий вертикальний розріз, який не провів Зеник і проведемо його. Цей розріз перейде через певну множину прямокутників, які він розіб’є на дві частини. Розрізання тих прямокутників, що вже належать Зенику, тільки покращить його результат. Так само, розрізання інших прямокутників точно його не погіршить. Тому, якщо Зеник не провів якогось розрізу, то йому завжди вигідно його провести, не зважаючи на розрізи Марічки. Отже, йому завжди вигідно провести всі розрізи.

**Твердження 2.** При оптимальній стратегії Марічка не проводить жодного розрізу.

Твердження 2 можна довести по аналогії до попереднього твердження.

**Висновок.** Оскільки за оптимальної стратегії Зенику потрібно провести всі вертикальні розрізи, а Марічці – жодного горизонтального, то результат Зеника за оптимальної гри обох – це кількість стовпців, які повністю складаються із чорних квадратиків.

**Частковий розв’язок**

Якщо гравець не знає стратегії іншого гравця, то йому необхідно максимізувати свій результат у гіршому випадку, тобто для кожної множини своїх розрізів знайти найгіриший результат за усіх можливих множин розрізів суперника, а потім обрати стратегію ту множину розрізів, яка дала найкращий результат у гіршому випадку.

Цей алгоритм можна реалізувати перебором (рекурсивним або по бітовим маскам) усіх можливих множин розв’язків Зеника, для кожного з яких перебрати усі можливі розрізи Марічки. Оскільки кількість можливих вертикальних розрізів -- М-1, то кількість варіантів обрати певну підмножину вертикальних розрізів -- це 2^(M-1), а горизонтальних -- 2^(N-1). Знайти кількість чорних квадратиків при фіксованих розрізах можна за O(N\*M) операцій. Маємо сумарну складність О(N\*M\*2^(N+M-2)).