XXVIII Всеукраїнська олімпіада з інформатики

Перший тур

1. Мутація

Вчені планети Олімпія кожен рік досліджують різноманітні мутації геномів примітивних організмів. Геном таких організмів може бути представлений як послідовність $N$ невід’ємних цілих чисел, які занумеровані зліва направо від одиниці до $N$ та не перевищують число $N$. Геноми підлягають постійним мутаціям. На кожному етапі мутації геном змінюється таким чином:

* на перше місце записується кількість одиниць у вхідному геномі;
* на друге місце записується кількість двійок у вхідному геномі;
* ...,
* на місце номер $N$ записується кількість чисел, які дорівнюють $N$, у вхідному геномі.

Наприклад, геном [1, 2, 3] з трьох чисел після мутації перетвориться на [1, 1, 1] — по одній одиниці, двійці та трійці. Інші приклади:

* [1, 2, 2, 3, 3, 3] $\rightarrow $ [1, 2, 3, 0, 0, 0]
* [7, 7, 7, 4, 7, 4, 4] $\rightarrow $ [0, 0, 0, 3, 0, 0, 4]

Далі геном продовжує змінюватися за тим самим принципом.

**Завдання**

Напишіть програму **mutation**, яка за інформацією про початковий вигляд геному визначить його стан після $K$ мутацій.

**Вхідні дані**

Перший рядок вхідного файла **mutation.dat** містить два цілих числа $N$і $K$ ($1\leq N\leq 10^{5}$, $1\leq K\leq 10^{9}$), що задають початковий розмір геному та кількість мутацій, які геном переживе. Другий рядок містить $N$ невід’ємних цілих чисел, що не перевищують $N$, — початковий вигляд геному.

**Вихідні дані**

Увихідний файл **mutation.sol** слід записати геном після $K$ мутацій у тому ж форматі, що й у вхідному файлі: $N$ чисел, розділені пропуском.

**Оцінювання**

Набір тестів складається з 3 блоків, для яких додатково виконуються такі умови:

1. 40 % балів: $1\leq N\leq 100$,$1\leq K\leq 100$.
2. 30 % балів: $1\leq N\leq 1000$.
3. 30 % балів: $1\leq N\leq 10^{5}$.

**Приклад вхідних та вихідних даних**

|  |  |
| --- | --- |
| mutation.dat | mutation.sol |
| 4 21 3 1 4 | 2 1 0 0 |

**Пояснення.** Спочатку [1, 3, 1, 4] мутує в геном [2, 0, 1, 1], який у свою чергу мутує в [2, 1, 0, 0].

1. Лінія

Орися розставила на аркуші в клітинку $N^{2}$ літер у формі квадрата $N×N$ і хоче викреслити однією лінією деякі літери у такий спосіб: вона починає викреслювати літери, починаючи з лівої верхньої букви, і веде лінію то праворуч, то вниз; останньою літерою вона викреслює праву нижню. Таким чином, дівчина викреслить рівно $2N-1$ літеру. При цьому Орися хоче, щоб уздовж лінії, яку вона проведе, було записано певне чарівне слово.

Завдання

Напишіть програму line, яка для заданих розташування літер і чарівного слова визначить, у скільки різних способів Орися може його викреслити, та виведе відповідь за модулем простого числа $1 000 003$.

Вхідні дані

У першому рядку вхідного файла line.dat записано натуральне число $N$ ($2\leq N\leq 1000$) — довжину сторони квадрата з літер. У наступних $N$ рядках записано по $N$ малих літер латинської абетки (не обов’язково різних), що задають розташування літер. Пробілів між літерами немає. Далі записано чарівне слово, що складається з $2N-1$ літери (усі — малі літери латинської абетки, не обов’язково різні).

Вихідні дані

Вихідний файл line.sol повинен містити єдине число — остачу від ділення кількості способів, у які Орися може викреслити чарівне слово, на число $1 000 003$.

Оцінювання

Набір тестів складається з 3 блоків, для яких додатково виконуються такі умови:

1. 25 % балів: $2\leq N\leq 10$.
2. 30 % балів: $10<N\leq 100$.
3. 45 % балів: $100<N\leq 1000$.

Приклад вхідних та вихідних даних

|  |  |
| --- | --- |
| line.dat | line.sol |
| 3locogogoslogos | 5 |

**Пояснення.** Є рівно 5 способів викреслити слово logos:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| locogogos | locogogos | locogogos | locogogos | locogogos |

1. Східний кросворд

Марися любить розв’язувати східні кросворди. Так називається головоломка, в якій потрібно зафарбувати деякі клітинки прямокутника $N×M$ таким чином, щоб на кожній з $N$ вертикалей і на кожній з $M$ горизонталей кількість зафарбованих клітинок дорівнювала деякому наперед визначеному записаному на полях для даної вертикалі чи горизонталі числу. На жаль, інколи укладачі кросвордів помиляються, і кросворд розв’язку не має. Дівчина не хотіла б марнувати свій час, розв’язуючи такі кросворди.

Завдання

Напишіть програму puzzle, яка для заданих величин $N$ та $M$, а також $N+M$ чисел, записаних на полях кросворда, визначить, чи є даний кросворд розв’язним.

Вхідні дані

У першому рядку вхідного файла puzzle.dat записано число $T$, $1\leq T\leq 5$, — кількість кросвордів для перевірки. Кожен кросворд подається трьома рядками: в першому рядку записано натуральні числа $N$ та $M$, що не перевищують $10^{5}$, — ширину та висоту кросворда; у другому рядку подано $N$ цілих невід’ємних чисел — кількість зафарбованих клітинок на першій, другій, ..., $N$-й вертикалях відповідно; у третьому рядку подано $M$ цілих невід’ємних чисел — кількість зафарбованих клітинок на першій, другій, ..., $M$-й горизонталях відповідно. Жодне з чисел у другому і третьому рядках не перевищує загальної кількості клітинок на відповідній вертикалі чи горизонталі.

Вихідні дані

Вихідний файл puzzle.sol повинен містити відповідь для кожного з кросвордів в окремому рядку: 1, якщо кросворд розв’язний, або 0, якщо ні. Відповіді потрібно подати в тому ж порядку, в якому у вхідному файлі подано самі кросворди.

Оцінювання

Набір тестів складається з 3 блоків, для яких додатково виконуються такі умови:

1. 15 % балів: жоден з розмірів (ні ширина, ні висота) жодного з кросвордів не перевищує $5$.
2. 35 % балів: жоден з розмірів жодного з кросвордів не перевищує $1000$, причому хоча б один з розмірів хоча б одного з кросвордів більший за $5$.
3. 50 % балів: хоча б один з розмірів хоча б одного з кросвордів більший за $1000$.

Приклад вхідних та вихідних даних

|  |  |
| --- | --- |
| puzzle.dat | puzzle.sol |
| 23 21 2 12 24 55 5 5 50 0 0 0 0 | 10 |

**Пояснення.** У першому випадку кросворд має, наприклад, таке розв’язання:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | **2** |
|  |  |  | **2** |
| **1** | **2** | **1** |  |

У другому випадку кросворд нерозв’язний: з одного боку, рядок з п’ятірок свідчить, що всі вертикалі повністю зафарбовано; з іншого боку, рядок з нулів означає, що жодна з горизонталей не містить жодної зафарбованої клітинки. Такого, очевидно, бути не може.

1. Дерева

У столиці країни Олімпія було визначено територію для будівництва нового Олімпійського парку. Границі території мають форму опуклого багатокутника. Ідея дизайнера парку полягає в тому, щоб засадити деревами певну кількість зелених зон, які мають на карті форму круга: кожну зелену зону можна задати координатами центра та її радіусом.

Отже, дизайнер доручив посадити дерева у точках, що мають цілі координати та розташовані в межах парку (можливо, на його границі) та хоча б однієї з зелених зон (можливо, на межі). Якщо певні зелені зони перетинаються, тобто одна й та сама точка на карті належить двом чи більше зеленим зонам, у цьому місці тим не менш можна посадити лише одне дерево.

Завдання

Напишіть програму trees, що за даними про координати вершин многокутника, який задає територію парку, даними про координати центрів та радіуси зелених зон визначить кількість дерев, які має бути посаджено.

Вхідні дані

У першому рядку вхідного файла trees.dat вказано ціле число $N$ ($3\leq N\leq 10^{5}$) — кількість вершин багатокутника, що задає територію парку. Наступні $N$ рядків містять по два цілих числа — відповідно абсциси та ординати вершин у порядку обходу за чи проти годинникової стрілки. Наступний рядок містить ціле число $M$ ($1\leq M\leq 50 000$) — кількість зелених зон. Далі йдуть $M$ рядків, кожен з яких містить по три цілих числа: абсцису та ординату центра зеленої зони, а також її радіус. Усі координати, задані у вхідному файлі, є цілими числами в межах від $-10^{9}$ до $10^{9}$ включно. Радіуси зелених зон цілі додатні, сума всіх радіусів не перевищує $10^{5}$. Зверніть увагу, що деякі зелені зони можуть цілком лежати всередині інших зон; крім того, окремі зелені зони можуть лежати поза многокутником. Різні зони можуть мати спільні центри або й узагалі збігатися.

Вихідні дані

Єдиний рядок вихідного файла trees.sol повинен містити єдине ціле число — кількість дерев, що будуть посаджені за дорученням дизайнера.

Оцінювання

Набір тестів складається з блоків, для яких додатково виконуються такі умови:

1. 60 % балів: $N\leq 100$. Зокрема, серед даного набору є такі групи тестів, що перетинаються:
	* 20 % балів (від загальної кількості): парк має форму прямокутника, сторони якого паралельні осям координат.
	* 30 % балів (від загальної кількості): $N×M×R^{2}\leq 10^{7}$, де через $R$ позначено найбільший з радіусів.
	* 25 % балів (від загальної кількості): існує квадрат зі сторонами довжини 2015, паралельними до осей координат, у якому або на межах якого повністю лежить територія парку.
2. 40 % балів: на вхідні дані не накладено додаткових обмежень.

Приклад вхідних та вихідних даних

|  |  |
| --- | --- |
| trees.dat | trees.sol |
| 30 015 015 1533 3 45 5 715 15 1 | 73 |