

## От издателей русского перевода

На мировом рынке компьютерной литературы существует множество книг, предназначенных для обучения основным алгоритмам и используемых при программировании. Их довольно много, и они в значительной степени конкурируют между собой. Однако среди них есть особая книга. Это трехтомник “Искусство программирования” Д. Э. Кнута, который стоит вне всякой конкуренции, входит в золотой фонд мировой литературы по информатике и является настольной книгой практически для всех, кто связан с программированием.

Мы как издатели видим ценность книги в том, что она предназначена не столько для обучения технике программирования, сколько для обучения, если это возможно, “искусству” программирования, предлагает массу рецептов усовершенствования программ и, что самое главное, учит самостоятельно находить эти рецепты.

Ни для кого не секрет, что наши программисты являются одними из наиболее высококвалифицированных специалистов в мире. Они достойно представляют за рубежом отечественную школу программирования и информатики, которая внесла значительный вклад в формирование фундаментальных основ компьютерных наук. Для сохранения такого уровня и продвижения вперед необходимо своевременное издание на русском языке книг, отражающих основные мировые достижения в этой области. Трехтомник “Искусство программирования” Д. Э. Кнута — одна из таких книг.

Мы гордимся тем, что библиотеки программистов, преподавателей, студентов, старшеклассников и многих других пополнятся этой классической книгой и что тем самым мы внесем свой вклад в формирование более глубокого понимания основ компьютерных наук. Мы глубоко убеждены, что книга “Искусство программирования” Д. Э. Кнута способна приблизить человека к совершенству. Надеемся, наше издание на русском языке этой замечательной книги еще раз подтвердит, что истинные ценности с годами не устаревают.

— Виктор Штонда, Геннадий Петриковец, Алексей Орлович,  
издатели

## О книге “Искусство программирования”

У каждой книги своя судьба. Одни появляются незаметно и так же незаметно исчезают в потоке времени, покрываясь пылью на полках библиотек. Другие в определенный период пользуются спросом у узкого круга специалистов, пока им на смену не приходят новые справочники. Третьи, поднимаясь над временем, оказывают мощное влияние на технологическое развитие общества. Книг, относящихся к последней категории, не так уж и много. Их выход в свет — всегда праздник. Проходят годы, изменяются технологии, но новые поколения с постоянным интересом перечитывают их страницы. Именно к таким книгам относится предлагаемый читателю многотомный труд известного американского ученого Дональда Эрвина Кнута “Искусство программирования”.

Прошло почти 30 лет со времени первого издания в 1972 году в США этой книги. Она была переведена на большинство языков мира, в том числе и на русский. К настоящему времени на территории стран СНГ трехтомник Д. Э. Кнута стал библиографической редкостью. В 1998 году в США вышло третье издание “Искусства программирования”. В нем сохранена последовательность изложения материала прежних версий, но значительно расширен список ссылок, в который включены свежие и наиболее важные результаты, добавлены новые упражнения и комментарии, устранены неточности. Учитывая популярность во всем мире “Искусства программирования”, давно следовало ожидать появления нового переводного издания на русском языке, которое вы и держите в руках.

В чем же успех “Искусства программирования” Д. Э. Кнута?

Во-первых, эта книга — великолепное учебное пособие по составлению и анализу компьютерных алгоритмов. Ее разделы могут быть включены во многие университетские курсы по технологиям программирования, теории алгоритмов, дискретной математике. Книгу могут изучать и школьники старших классов, знакомые с основами программирования. В качестве основного языка записи алгоритмов автор выбрал язык машинных команд гипотетического универсального компьютера MIX. Это позволяет строить оптимальные программы с учетом особенностей вычислительных машин. Перенести MIX-программы на реальные ЭВМ или переписать их на языках высокого уровня не составляет особого труда. Логика работы программ почти всегда поясняется простыми блок-схемами.

Во-вторых, тщательно подобранный материал, вошедший в книгу, включает в себя основные фундаментальные классы алгоритмов, которые в том или ином виде наиболее часто встречаются в практике программирования.

В-третьих, немаловажным фактором успеха книги Д. Э. Кнута является энциклопедичность изложения. Профессор Кнут отличается уникальной способностью отслеживать проблему от исторических предпосылок ее зарождения до современного состояния. Многочисленные ссылки на работы старых мастеров (вплоть до времен античности), заключенные в современный контекст, создают у читателя особое чувство причастности к историческому развитию научных идей и методов.

В-четвертых, следует отметить мастерство изложения. Книга рассчитана на широкий круг читателей — от начинающих студентов до программистов-профессионалов. Каждому будет интересно изучать компьютерные алгоритмы на своем уровне. Материал

самодостаточен. Для понимания сути методов не требуется знания особых разделов математики или специальных технологий программирования. Прослеживается определенная “музыкальная” композиция сюжетного построения (дома у Д. Э. Кнута есть небольшой орган, на котором он играет).

Список составляющих успеха “Искусства программирования” можно легко продолжить.

Автор этих строк прослушал курс “Искусство программирования” в изложении профессора Кнута в 1976–1977 годах во время стажировки в Станфордском университете. Тогда формировалась алгоритмическая основа технологий программирования, у истоков которой стоял Д. Э. Кнут. Было много обсуждений, семинаров, творческих замыслов.

Значительные книги всегда связаны с судьбой автора. Дональд Эрвин Кнут начал работу над “Искусством программирования” в 1962 году. Продолжает ее и сейчас. У него много планов. Впереди новые тома “Искусства программирования”, которых с нетерпением ждут читатели.

— Профессор Анатолий Анисимов

## От редактора перевода

Со времени первого издания книги “Искусство программирования” Д. Э. Кнута прошло около 25 лет. Тем не менее книга не только не устарела, но по-прежнему остается основным руководством по искусству программирования, книгой, по которой учатся понимать суть и особенности этого искусства.

За эти годы на английском языке вышло уже третье издание 1-го и 2-го томов, а также второе издание 3-го тома. Автор внес в них значительные изменения и существенные дополнения. Достаточно сказать, что число упражнений практически удвоилось, а многие упражнения, включенные в предыдущие издания (особенно ответы к ним), модифицированы. Существенно дополнены и переделаны многие главы и разделы, исправлены неточности и опечатки, добавлены многочисленные новые ссылки на литературу, использованы теоретические результаты последних лет.

Значительно преобразилась глава 3, особенно разделы 3.5 и 3.6, а также разделы 4.5.2, 4.7, 5.1.4, 5.3, 5.4.9, 6.2.2, 6.4, 6.5 и др.

Естественно, возникла необходимость в новом издании книги.

Перевод выполнен по третьему изданию 1-го и 2-го томов и второму изданию 3-го тома. Кроме того, учтены дополнения и исправления, любезно предоставленные автором.

При переводе мы старались сохранить стиль автора, обозначения и манеру изложения материала. В большинстве случаев использовались термины, принятые в научной литературе на русском языке. При необходимости приводились английские эквиваленты. По многим причинам, в частности из-за сложности некоторых разделов, читать книгу “Искусство программирования” далеко непросто. Одной из причин, которые затрудняют понимание книги, является манера изложения автора; привыкнув к ней, можно существенно облегчить чтение.

Из-за обилия материала (часто мало связанного между собой) невозможно построить книгу так, чтобы различные понятия и определения вводились сразу же при первом упоминании о них. Поэтому в главе 1 могут обсуждаться без ссылок понятия, строгие определения которых приводятся в 3-м томе. Именно поэтому так велика роль предметного указателя, без которого понимание книги было бы существенно затруднено. Надеемся, что читатель не будет удивлен, найдя ссылки на главы 7, 8 и последующие не вошедшие в предлагаемые три тома главы. Мы вместе с автором надеемся, что очень скоро они будут опубликованы и, безусловно, сразу же появятся в русском переводе в качестве продолжения этого издания.

Следует также обратить внимание на далеко не всегда стандартные обозначения, которыми пользуется автор. Так же, как и определения, эти обозначения могут появиться в 1-м томе, а вводятся во 2-м. Поэтому без указателя обозначений пользоваться книгой было бы чрезвычайно трудно. Хочу также обратить внимание на запись [A], где A — некоторое высказывание. Эта запись встречается в формулах, а иногда и в тексте, и обозначает величину, равную индикатору A.

— Профессор Ю. В. Козаченко

# ПРЕДИСЛОВИЕ

*Кулинария — это искусство, благородная наука;  
все кулинары — джентльмены.*

— ТИТ ЛИВИЙ, *Ab Urbe Condita* XXXIX.vi  
(ROBERT BURTON, *Anatomy of Melancholy* 1.2.2.2)

Настоящий том является логическим продолжением материала об информационных структурах, содержащегося в главе 2 тома 1, так как в нем к основным структурным идеям добавляется понятие линейно упорядоченных данных.

Название “Сортировка и поиск” может ввести читателя в заблуждение, и он решит, что эта книга предназначена только для тех системных программистов, которые занимаются подготовкой программ сортировки общего назначения или приложений, выполняющих выборку информации. Но на самом деле тема сортировки и поиска представляет собой идеальную основу для обсуждения широкого круга важных общих вопросов.

- Насколько хороши разработанные алгоритмы?
- Как улучшить имеющиеся алгоритмы и программы?
- Как с помощью математических методов проанализировать эффективность алгоритмов?
- Как правильно выбрать алгоритм для решения поставленной задачи?
- В каком смысле алгоритм можно считать наилучшим из возможных?
- Какое влияние друг на друга оказывают теория и практика вычислений?
- Как эффективно использовать для больших баз данных внешние носители информации, такие как магнитные ленты, барабаны и диски?

На самом деле я считаю, что практически каждый важный аспект программирования возникает в связи с сортировкой и поиском!

В данный том входят главы 5 и 6. Глава 5 посвящена сортировке в определенном порядке. Эта большая тема разделена на две основные части, в которых речь идет о внутренней и внешней сортировке. В главу 5 включены также дополнительные разделы. В них излагаются вспомогательные теории подстановок (раздел 5.1) и оптимальных методов сортировки (раздел 5.3). В главе 6 изучается проблема поиска определенных элементов в таблицах или файлах. Здесь рассматриваются методы последовательного поиска, методы сравнения ключей либо цифровых свойств и хеширования, а также исследуется более сложная проблема — выборка вторичного ключа. Главы 5 и 6 очень взаимосвязаны между собой; многие их темы аналогичны.

В них обсуждается два различных варианта информационных структур (в дополнение к тем, которые рассматривались в главе 2), а именно: очереди с приоритетами (раздел 5.2.3) и линейные списки, представляемые в качестве сбалансированных деревьев (раздел 6.2.3).

Как и в тома 1 и 2, в этот том включен большой объем ранее не публиковавшегося материала. Многие рассказывали или писали мне о своих идеях, и я надеюсь, что я не слишком исказил их мысли, выразив их собственными словами.

У меня нет времени на систематическое изучение патентоведческой литературы. Кроме того, я осуждаю нынешнюю тенденцию к получению патентов на алгоритмы (раздел 5.4.5). Если кто-либо пришлет мне копию соответствующего патента, на который нет ссылки в данной книге, то я обязательно сделаю такую ссылку в следующих изданиях. Но все-таки я призываю современных специалистов следовать многовековой математической традиции — делать вновь найденные алгоритмы предметом всеобщего достояния. Существуют более достойные способы зарабатывания на жизнь, чем не давать другим пользоваться своим вкладом в компьютерную науку.


Еще будучи преподавателем я использовал данную книгу в качестве учебника для студентов по структурам данных. Я читал этот курс и на младших, и на старших курсах, опуская большую часть математического материала. В то же время более сложные математические выкладки я использовал как основу для курса анализа алгоритмов, который читался на старших курсах университета (главным образом, это относится к разделам 5.1, 5.2.2 и 6.4). Курс по сложности вычислений (предназначенный для выпускного курса университета) может быть основан на разделах 5.3 и 5.4.4, а также 4.3.3, 4.6.3 и 4.6.4 тома 2.

Настоящий том, в основном, представляет собой полную и самостоятельную книгу; исключением являются лишь разделы, касающиеся компьютера MIX, описание которого приведено в томе 1. В приложении Б приведены использованные в данной книге математические обозначения, которые иногда отличаются от принятых в традиционной математической литературе.

## Предисловие ко второму изданию

Это новое издание соответствует третьим изданиям томов 1 и 2. В них я отметил завершение разработки систем `TeX` и `METAFont` тем, что применил их для набора книг, для которых они были предназначены.

Перейдя к электронной версии книги, я получил возможность проверить каждое слово и каждый знак пунктуации в тексте. Я старался сохранить юношеский задор оригинальных предложений и в то же время внести большую зрелость суждений. Были добавлены десятки новых упражнений, а на десятки старых даны новые или улучшенные ответы. Изменения коснулись всего текста, но особенно это относится к разделам 5.1.4 (перестановки и диаграммы), 5.3 (оптимальная сортировка), 5.4.9 (сортировка на диске), 6.2.2 (энтропия), 6.4 (универсальное хеширование) и 6.5 (многомерные деревья).

 Таким образом, работа над книгой *Искусство программирования* продолжается. Исследования полужисленных алгоритмов продвигаются с феноменальной ско-

ростью. Именно поэтому некоторые разделы данной книги начинаются пиктограммой “В процессе построения” (это своеобразное извинение за то, что приведены не самые новые данные). Например, если бы в настоящее время я читал на последнем курсе университета курс по структурам данных, то я обязательно включил бы обсуждение случайных структур, таких как рандомизированные бинарные деревья поиска и другие. Но пока я могу только сослаться на основные статьи по этому предмету, а также объявить о написании в будущем раздела 6.2.5. Мои шкафы переполнены важными материалами, которые я планирую включить в окончательное издание тома 3; оно выйдет, вероятно, через 17 лет. Но сначала я должен закончить тома 4 и 5. Я хочу, чтобы они были опубликованы сразу же, как только будут готовы к печати.

Я чрезвычайно благодарен сотням людей, которые помогали мне собирать материал в течение последних 35 лет. Большая часть тяжелой работы по подготовке этого нового издания была выполнена Филлис Винклер (Phillis Winkler), которая перенесла текст первого издания в формат Т<sub>Е</sub>Х, Сильвио Леви (Silvio Levy), который профессионально отредактировал текст и помог подготовить несколько десятков иллюстраций, а также Джеффри Олдхэмом (Jeffrey Oldham), который конвертировал свыше 250 оригинальных иллюстраций в формат М<sub>Е</sub>Т<sub>А</sub>Р<sub>О</sub>СТ. Большую помощь, как всегда, оказывали и сотрудники производственного отдела издательства Addison-Wesley.

Я исправил все ошибки, которые бдительные читатели обнаружили в первом издании (а также ошибки, которые, увы, не заметил никто), и постарался избежать появления новых ошибок в новом материале. Тем не менее я допускаю, что некоторые огрехи все же остались, и хотел бы исправить их как можно скорее. Поэтому за каждую опечатку\*, а также ошибку, относящуюся к сути излагаемого материала или к приведенным историческим сведениям, я охотно заплачу \$2,56 тому, кто первым ее найдет. На Web-странице, адрес которой приведен на обложке книги, содержится текущий список всех найденных ошибок и их исправлений, о которых мне сообщили.

*Станфорд, Калифорния  
Июль 1997*

D. E. K.

*Писатель пользуется известными привилегиями, в пользу которых, надеюсь, нет никаких оснований сомневаться. Так, встретив у меня непонятное место, читатель должен предположить, что под ним кроется нечто весьма полезное и глубокомысленное.*  
— ДЖОНАТАН СВИФТ, Сказка бочки, предисловие (1704)

---

\* Имеется в виду оригинал настоящего издания. — Прим. ред.

## ПРИМЕЧАНИЯ К УПРАЖНЕНИЯМ

УПРАЖНЕНИЯ, приведенные в этой серии книг, предназначены как для самостоятельной проработки, так и для семинарских занятий. Очень трудно и, наверное, просто невозможно выучить предмет, только читая теорию и не применяя ее для решения конкретных задач, которые заставляют задуматься о прочитанном. Более того, мы лучше всего заучиваем то, до чего дошли самостоятельно, своим умом. Поэтому упражнения занимают важное место в данном издании. Я приложил немало усилий, чтобы сделать их как можно более информативными, а также отобрать задачи, которые были бы не только поучительны, но и позволяли читателю получить удовольствие от их решения.

Во многих книгах простые упражнения даются вместе с исключительно сложными. Это не всегда удобно, так как читателю хочется знать заранее, сколько времени ему придется затратить на решение задач (иначе в лучшем случае он их только просмотрит). В качестве классического примера подобной ситуации можно привести книгу Ричарда Беллмана (Richard Bellman) *Динамическое программирование* (М.: Изд-во иностр. лит., 1960). Это очень важная, новаторская работа, но у нее есть один недостаток: в конце некоторых глав в разделе “Упражнения и научные проблемы” среди серьезных, еще нерешенных проблем приводятся простейшие вопросы. Говорят, что кто-то однажды спросил д-ра Беллмана, как отличить упражнения от научных проблем, и он ответил: “Если вы можете решить задачу, значит, это упражнение; в противном случае это научная проблема”.

Совершенно очевидно, что в книге, подобной этой, должны быть приведены и сложные научные проблемы, и простейшие упражнения. Поэтому, чтобы читатель не ломал голову, пытаясь отличить одно от другого, были введены рейтинги, которые определяют степень сложности каждого упражнения. Эти рейтинги имеют следующее значение.

### *Рейтинг    Объяснение*

- 00    Чрезвычайно простое упражнение, на которое можно ответить сразу же, если прочитанный материал понят. Упражнения подобного типа почти всегда можно решить “в уме”.
- 10    Простая задача, которая заставляет задуматься над прочитанным, но не представляет особых трудностей. На ее решение вы затратите не больше минуты; в процессе решения могут понадобиться карандаш и бумага.
- 20    Средняя задача, которая позволяет проверить, понял ли читатель основные положения изложенного материала. Чтобы получить исчерпывающий ответ, может понадобиться примерно 15–20 минут.
- 30    Задача умеренной сложности. Для ее решения может понадобиться более двух часов (а если одновременно вы смотрите телевизор, то еще больше).



- 40 Достаточно сложная или трудоемкая задача, которую вполне можно включить в план семинарских занятий. Предполагается, что студент должен справиться с ней, затратив не слишком много времени, и решение будет нетривиальным.
- 50 Научная проблема, которая (насколько известно автору в момент написания книги) пока еще не получила удовлетворительного решения, хотя найти его пытались очень многие. Если вы нашли решение подобной проблемы, то опубликуйте его; более того, автор данной книги будет очень признателен, если ему сообщат решение как можно скорее (при условии, что оно правильно).

Интерполируя по этой “логарифмической” шкале, можно понять, что означает любой промежуточный рейтинг. Например, рейтинг 17 говорит о том, что упражнение немного проще, чем задача средней сложности. Если задача с рейтингом 50 будет впоследствии решена каким-либо читателем, то в следующих изданиях данной книги и в списке ошибок, опубликованных в Internet, она может иметь рейтинг 45 (адрес Web-страницы приводится на обложке книги).

Остаток от деления рейтинга на 5 показывает, какой объем рутинной работы потребуется для решения данной задачи. Таким образом, для выполнения упражнения с рейтингом 24 может потребоваться больше времени, чем для упражнения с рейтингом 25, но для последнего необходим более творческий подход.

Автор очень старался правильно присвоить рейтинги упражнениям, но тому, кто составляет задачи, трудно предвидеть, насколько сложными они окажутся для кого-то другого. К тому же одному человеку некая задача может показаться простой, а другому — сложной. Таким образом, определение рейтингов — дело достаточно субъективное и относительное. Я надеюсь, что рейтинги помогут вам получить правильное представление о степени трудности задач, но их следует воспринимать в качестве ориентира, а не в качестве абсолюта.

Эта книга написана для читателей с различным уровнем математической подготовки и научного кругозора, поэтому некоторые упражнения рассчитаны исключительно на тех, кто серьезно интересуется математикой или занимается ею профессионально. Если рейтингу предшествует буква *M*, значит, математические понятия и обоснования используются в упражнении в большей степени, чем это необходимо тому, кто интересуется в основном программированием алгоритмов. Если же упражнение отмечено буквами *HM*, то для его решения необходимо знание высшей математики в большем объеме, чем дается в настоящей книге. Но пометка *HM* совсем необязательно означает, что упражнение трудное.

Перед некоторыми упражнениями стоит стрелка “►”, которая означает, что они особенно поучительны и их очень рекомендуется выполнить. Само собой разумеется, никто не ожидает, что читатель (или студент) будет решать все задачи, поэтому наиболее важные из них и были выделены. Но это ни в коем случае не означает, что другие упражнения выполнять не стоит! Каждый читатель должен хотя бы попытаться решить все задачи, рейтинг которых меньше или равен 10. Стрелки помогут выбрать задачи с более высокими рейтингами, которые следует решать в первую очередь.

К большинству упражнений приведены ответы, помещенные в отдельном разделе в конце книги. Пожалуйста, пользуйтесь ими разумно: ответ смотрите только

после того, как приложите все усилия, чтобы решить задачу самостоятельно, либо если у вас совершенно нет времени на ее решение. Ответ будет поучителен и полезен для вас только в том случае, если вы ознакомитесь с ним *после* того, как найдете свое решение или изрядно потрудитесь над задачей. Ответы к задачам излагаются очень кратко и схематично, так как предполагается, что читатель честно пытался решить задачу собственными силами. Иногда в приведенном решении дается меньше информации, чем спрашивалось, но чаще бывает наоборот. Вполне возможно, что полученный вами ответ окажется лучше того, который помещен в книге, или вы найдете ошибку в ответе. В таком случае автор был бы очень признателен, если бы вы как можно скорее подробно сообщили ему об этом; тогда в последующих изданиях книги будет опубликовано более удачное решение, а также имя его автора.

Решая задачи, вы, как правило, можете пользоваться ответами к предыдущим упражнениям, за исключением случаев, когда это будет оговорено особо. Рейтинги упражнениям присваивались в расчете именно на это, и вполне возможно, что рейтинг упражнения  $n + 1$  ниже рейтинга упражнения  $n$ , даже если результат упражнения  $n$  является его частным случаем.

Условные обозначения	00	Простейшее (ответ дать немедленно)
	10	Простое (на одну минуту)
► Рекомендуется	20	Средней трудности (на четверть часа)
<i>M</i> С математическим уклоном	30	Повышенной трудности
<i>HM</i> Требуется знания высшей математики	40	Высокой трудности
	50	Научная проблема

## УПРАЖНЕНИЯ

- 1. [00] Что означает рейтинг *M20*?
- 2. [10] Какое значение для читателя имеют упражнения, которые приводятся в учебниках?
- 3. [HM45] Докажите, что если  $n$  — целое число,  $n > 2$ , то уравнение  $x^n + y^n = z^n$  неразрешимо в целых положительных числах  $x, y, z$ .

*Двух часов ежедневных упражнений ... достаточно,  
чтобы и клячу обучить этой работе.*

— М. Х. МАХОН (М. Н. МАНОН), *Выездка лошадей (The Handy Horse Book)* (1865)

